

Toetsingsregels voor kipstabiliteit verbeterd



Sinds het verschijnen van NEN 6770 en NEN 6771 begin jaren negentig is kipstabiliteit een regelmatig terugkerend onderwerp in de vragen gericht aan de Helpdesk van Bouwen met Staal en aan de redactie van de rubriek Vraag & Antwoord. In de praktijk bestond er kennelijk een brede behoefte aan meer inzicht in en duidelijke toetsingsregels over dit fenomeen. Een en ander was aanleiding voor de technische commissie BmS/TC8 (Stabiliteit) de toetsingsregels over kipstabiliteit kritisch te bekijken. Dat resulteerde in een wijziging van de normen, waarbij de toetsingsregels zijn verhelderd en in de meeste gevallen ook gunstiger resultaten opleveren. Dit artikel gaat nader in op de toetsing van de kipstabiliteit volgens de gewijzigde normen.

De draagkracht van een op buiging belaste staaf hangt niet alleen af van de sterkte van de doorsnede, maar wordt ook bepaald door instabiliteit, bijvoorbeeld door plooiën of kippen. Om die reden worden bijvoorbeeld in een dakconstructie kipsteunen aangebracht (afb. 1). Er bestaan vele vormen van instabiliteit, afhankelijk van de belasting en de toepassingsvorm (tabel 1). Plooiën van delen van een profiel wordt in NEN 6770 en NEN 6771 ondervangen door de classificatie van de doorsnede volgens art. 10.2.4.1 en de hieruit volgende aanpassing van de grootheden die de doorsnedecapaciteit bepalen in de toetsingsformules. Alle andere vormen van instabiliteit – knik, torsie, torsieknik en kip – worden afzonderlijk behandeld in hoofdstuk 12 van zowel NEN 6770 als NEN 6771. Dit artikel gaat uitsluitend in op kipstabiliteit.

Wat is kipstabiliteit?

Kort samengevat is het verschijnsel van (in)stabiliteit door kip als volgt te beschrijven. Veronderstel een geometrisch perfecte I-vormige ligger, gemaakt van een lineair elastisch materiaal, onderworpen aan een belasting die uitsluitend momenten om de sterke as veroorzaakt. De ligger buigt dan niet alleen om de sterke as, maar wil bovendien bij een bepaalde belasting ook plotseling uitbuigen om de zwakke as én tevens roteren om de lengte-as. Het moment (respectievelijk de belasting) waarbij dit verschijnsel optreedt heet het theoretisch elastische kipmoment (respectievelijk de theoretisch elastische kipbelasting).

ir. H.M.G.M. Steenbergen

Henri Steenbergen is wetenschappelijk medewerker bij TNO Bouw, Rijswijk

prof.ir. F.S.K. Bijlaard

Frans Bijlaard is hoogleraar Staalconstructies aan de TU Delft, Faculteit Civiele Techniek en Geowetenschappen



Technische commissie BmS/TC8

Dit artikel beschrijft de wijzigingen in de hoofdstukken over kipstabiliteit van op buiging belaste liggers van zowel NEN 6770 als NEN 6771. De werkzaamheden zijn uitgevoerd door ir. H.M.G.M. Steenbergen in nauw overleg met prof.ir. F.S.K. Bijlaard en begeleid door technische commissie TC8 (Stabiliteit) van Bouwen met Staal en in het bijzonder ir. A. van de Bogaard. Deze commissie staat in nauw contact met technische commissie TC8 (Stability) van de ECCS (European Convention for Constructional Steelwork). Commissie TC8 van Bouwen met Staal is als volgt samengesteld:

- | | |
|-----------------------------|------------------------------------|
| prof.ir. F.S.K. Bijlaard | TU Delft |
| ir. A. van de Bogaard | Hogeschool Brabant |
| ir. E.L.M.G. van den Brande | TNO Bouw (secretaris) |
| J. de Bree | Oostingh Staalbouw |
| ir. S. Delrue | Witteveen & Bos |
| ing. A.J. van Dongen | Gemeente Rotterdam |
| ir. S.W.H. Droste | Adviesbureau voor Bouwtechniek ABT |
| ing. J. van Gelder | Gemeente Rotterdam |
| ir. P. Hagenaars | DHV Milieu en Infrastructuur |
| ir. I. Öztürk | Iv-Infra |
| prof.ir. H.H. Snijder | TU Eindhoven (voorzitter) |
| ir. C. Speksnijder | Mercon Steel Structures |
| ir. H.M.G.M. Steenbergen | TNO Bouw |

De oorzaak van dit verschijnsel is de drukkracht in de gedrukte flens. Door deze kracht wil de gedrukte flens zijdelings uitknikken. De andere flens wordt op trek belast en wil recht blijven. De ligger buigt daardoor niet alleen zijdelings uit, maar roteert ook (afb. 2).

Dit verschijnsel is ook eenvoudig aan te tonen met een berekening met de eindige-elementenmethode. Beschouw hiervoor een ligger belast door een constant buigend moment om de sterke as (afb. 3a). Wanneer we de ligger nu op halve hoogte in de lengterichting over het lijf doorsnijden, dan vervormt de ligger bij instabiliteit volgens afbeelding 3b: het gedrukte deel knikt zijdelings uit, terwijl het getrokken deel recht blijft. In werkelijkheid is de ligger niet doorsgesneden. Om de delen op elkaar te laten aansluiten zijn er dus in elke doorsnede van de ligger snedenkrachten nodig tussen het gedrukte deel en het getrokken deel van de doorsnede. Daardoor buigt het gedrukte deel minder uit, het getrokken deel buigt toch zijdelings uit en de liggerdoorsnede gaat roteren. Uiteindelijk ontstaan de vervormingen door kipinstabiliteit volgens afbeelding 3c.

Het moment waarbij het beschreven gedrag optreedt heet het theoretisch elastische kippmoment M_{ke} . Dit verschijnsel is vergelijkbaar met de Eulerse knikkraft van een kolom.

In de praktijk zijn liggers niet perfect recht, gedraagt het materiaal zich niet volledig elastisch, zijn er restspanningen en grijpen belastingen niet centrisc aan. Kortom: er treedt initieel ook een zijdelings uitbuiging op evenals een rotatie

om de lengte-as. Dit betekent dat een ligger (analoog aan het gedrag voor een kolom of raamwerk) door onder meer imperfecties, plasticiteit en restspanningen instabiel wordt bij een belasting die aanmerkelijk lager is dan het theoretisch elastische kippmoment.

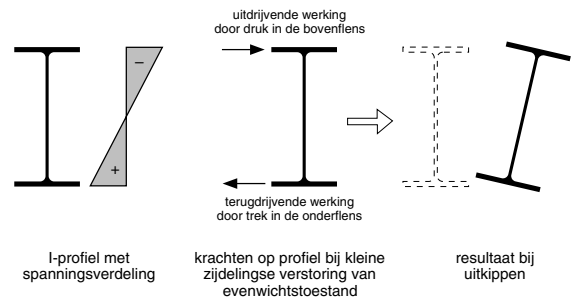
In het algemeen wordt dit instabiliteitsgedrag weergegeven door figuur 15 uit NEN 6770 (afb. 4). Deze figuur geldt voor een portaal. Op eenzelfde wijze is het instabiliteitsgedrag door kip van een ligger weer te geven (afb. 5).

In het specifieke geval van een op buiging belaste ligger zijn de lineair elastische zijdelingse vervormingen klein (meestal uitsluitend door imperfecties) en loopt de eerste-orde elastische tak nagenoeg evenwijdig met de M-as. Niettemin bezit de ligger door imperfecties, plasticiteit en restspanningen een uiterste draagkracht die kleiner is dan het theoretisch elastische kippmoment. Deze reductie wordt in rekening gebracht door gebruik te maken van kipprommen analoog aan de knikkrommen bij knikinstabiliteit.

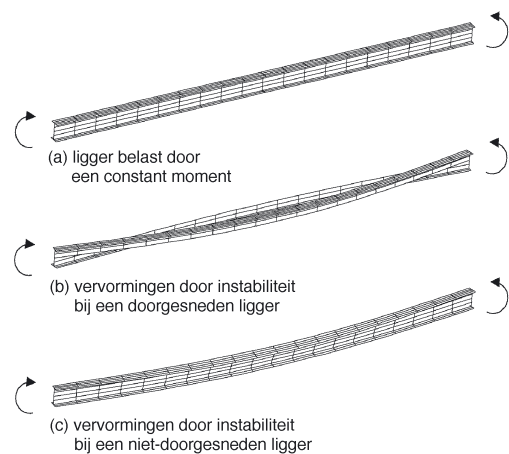
Algemene toetsing

NEN 6770 (TGB Staalconstructies. Basiseisen en basisrekenregels) en NEN 6771 (TGB Staalconstructies. Stabiliteit) behandelen beide de toetsing van de kipstabiliteit in art. 12.2. Dit artikel behandelt achtereenvolgens:

- wanneer de toetsing achterwege kan blijven;
- het toepassingsgebied van de gegeven regels;
- de toetsingsregels.



2. Verplaatsingen bij kipinstabiliteit (primaire buiging weggelaten).

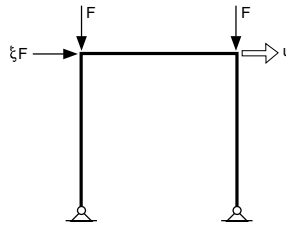
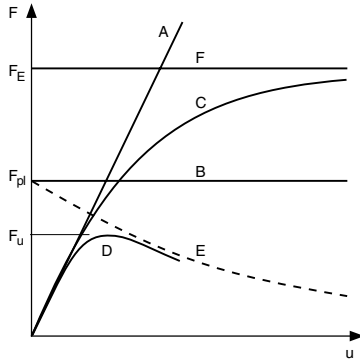


3. Vervormingen door kipinstabiliteit.

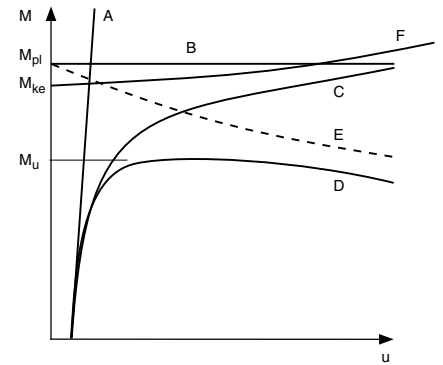
Tabel 1. Vormen van instabiliteit.	
instabiliteitsvorm	NEN 6770/6771
plooien van flenzen en lijven	art. 10.2.4.1
knik	art. 12.1.1 en 12.3.1
torsie	art. 12.1.2 en 12.3.2
torsieknik	art. 12.1.3 en 12.3.3
kip	art. 12.2

- A eerste-orde elastisch
- B eerste-orde plastisch
- C tweede-orde elastisch geometrisch niet-lineair
- D tweede-orde elastisch-plastisch geometrisch en fysisch niet-lineair
- E tweede-orde plastisch geometrisch niet-lineair
- F Eulerse instabiliteit

4. Figuur 15 uit NEN 6770 (aangevuld met lijn F).



5. Last/verplaatsings-diagrammen voor een ligger belast op buiging.



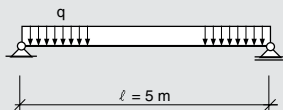
Daarnaast regelen de normen de bij kipstabiliteit van belang zijnde zaken, zoals:

- de ongesteunde lengte bij plastische scharnieren;
- het beoordelen van onderflensinklemmingen;
- de plaatsing en dimensionering van kipsteunen;
- de koppeling van dakgordingen.

Met andere woorden: het quotiënt van het maximale buigende moment $M_{y,max;s;d}$ in de staaf (door de belasting) en de maximale momentcapaciteit $\omega_{kip} M_{y;u;d}$ waarbij kipinstabiliteit optreedt moet kleiner of gelijk één zijn. De kipfactor ω_{kip} is een factor die aangeeft in hoeverre de momentcapaciteit wordt gereduceerd door kipinstabiliteit ten opzichte van de momentcapaciteit $M_{y;u;d}$ van de doorsnede.

Rekenvoorbeeld 1

- *Gegeven.* Een profiel IPE 200 in de staalsoort S235 met een overspanning van 5 m, belast door een gelijkmatig verdeelde belasting, ongeacht het aangrijpingspunt. De ligger heeft gaffelopleggingen en geen kipsteunen.
- *Gevraagd.* Bepaal de draagkracht volgens NEN 6770.



• *Oplossing.* Het gegeven profiel is een vormvast walsprofiel van doorsnedeklasse 1. De kiplengte ℓ_{kip} is gelijk aan de overspanning. De relatieve slankheid volgt uit formule (2):

$$\lambda_{rel} = \zeta \sqrt{\frac{\ell_{kip} h f_{y;d}}{b t_f E_d}} = 1,32 \sqrt{\frac{5000 \cdot 200 \cdot 235}{100 \cdot 8,5 \cdot 210 \cdot 10^3}} = 1,515$$

Met behulp van knikkromme a wordt voor de kipfactor gevonden $\omega_{kip} = 0,366$. Als alternatief kan gebruik worden gemaakt van de ontwerpgrafiek in afbeelding 7. Er geldt:

$$\frac{\ell_{kip} h}{b t_f} = \frac{5000 \cdot 200}{100 \cdot 8,5} = 1176$$

Met deze waarde wordt voor walsprofielen in doorsnedeklasse 1 en 2 bij S235 afgelezen $\omega_{kip} = 0,36$. De maximale draagkracht volgens NEN 6770 wordt bereikt bij een belasting:

$$q_{max;NEN6770} = \frac{8 \omega_{kip} M_{y;u;d}}{\ell^2} = \frac{8 \cdot 0,366 \cdot 235 \cdot 220639}{5000^2} = 6,1 \text{ kN/m}$$

Toepassingsgebied

De toetsingsregels in de TGB 1990 zijn uitsluitend geldig voor dubbelsymmetrische I-vormige doorsneden en buisprofielen indien de belasting niet hoger aangrijpt dan 0,1 maal de hoogte van het profiel boven de bovenflens. Tevens moeten de staven zijn begrensd door gaffels of zijn opgelegd met onderflensinklemmingen die mogen worden beschouwd als gaffels.

Volgens de Nederlandse normen is de toetsing op kipstabiliteit van op buiging (dus ook: op buiging en trek óf op buiging en druk) belaste staven niet nodig indien aan één van de volgende voorwaarden is voldaan:

- de staaf wordt uitsluitend om de zwakke as gebogen;
- de staaf wordt tevens op trek belast door krachten die zo groot zijn dat in de gehele staaf uitsluitend trekspanningen optreden;
- de staaf betreft een om de sterke as gebogen buisprofiel waarvoor geldt: $h/b < 3$.

Toetsingsregel

In NEN 6770 en 6771 wordt de kipstabiliteit van een staaf getoetst met formule (1):

$$\frac{M_{y,max;s;d}}{\omega_{kip} M_{y;u;d}} \leq 1 \tag{1}$$

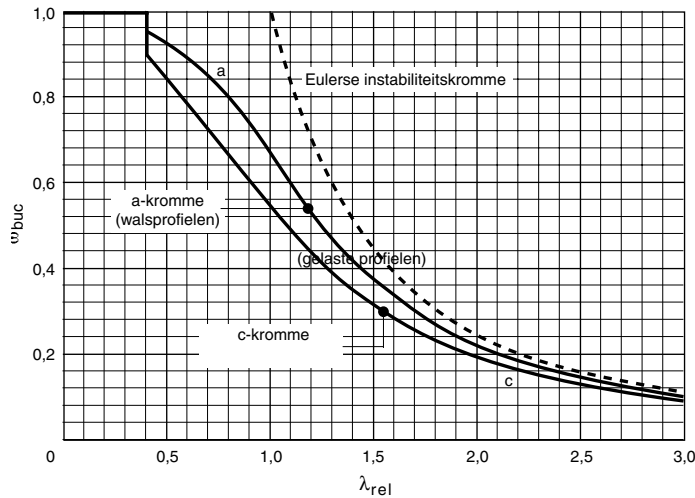
Bij het afleiden van de formules voor de kipfactor is rekening gehouden met de vorm van de momentenlijn: voor het moment als gevolg van de belasting $M_{y,max;s;d}$ moet zijn uitgegaan van het maximale moment in de staaf. Ook in het geval dat dit maximale moment bij de gaffeloplegging optreedt moet zijn uitgegaan van het maximale moment.

De waarde voor ω_{kip} volgt uit de relatieve slankheid ten aanzien van kipstabiliteit λ_{rel} en het type profiel (gewalste of gelaste profielen) met behulp van instabiliteitskrommen (afb. 6). Voor gewalste profielen mag de a-kromme voor knikken worden gehanteerd als kippkromme. Voor gelaste profielen de c-kromme. Als de relatieve kipslankheid λ_{rel} kleiner of gelijk is aan 0,4 dan mag er van worden uitgegaan dat kipinstabiliteit niet optreedt, dus $\omega_{kip} = 1$.

Ten aanzien van de instabiliteitskrommen van afbeelding 6 wordt opgemerkt dat op dit moment bij het opstellen van Eurocode 3 wordt onderzocht of de sprong (discontinuïteit) in de krommen kan worden opgeheven.

De toetsing van de kipstabiliteit moet worden uitgevoerd voor elk staafdeel tussen twee gaffels, tussen één gaffel en één kipsteun of tussen twee kipsteunen. De invloed van kipsteunen wordt hierbij in rekening gebracht in de vervangende

6. Instabiliteitskrommen voor kipstabiliteit.



ongesteunde kiplengte (zie hierna). Het onderscheid tussen de toetsing van de kipstabiliteit volgens NEN 6770 en NEN 6771 ligt in het toepassingsgebied en in de vorm van de formules om de relatieve slankheid λ_{rel} te bepalen.

Toetsing volgens NEN 6770

De toetsingsregel voor de kipstabiliteit volgens NEN 6770 is een conservatieve benadering (dus aan de veilige kant) van de toetsingsregel volgens NEN 6771. De relatieve slankheid ten aanzien van kipstabiliteit λ_{rel} wordt bepaald aan de hand van de benaderingsformule (2):

$$\lambda_{rel} = \zeta \sqrt{\frac{\ell_{kip} h f_{y,d}}{b t_f E_d}} \quad (2)$$

Hierin is:

- ζ factor afhankelijk van de doorsnedeklasse;
- ℓ_{kip} vervangende ongesteunde kiplengte;
- h hoogte van het profiel;
- b breedte van het profiel;
- t_f dikte van de flens van het profiel;
- $f_{y,d}$ vloeispanning;
- E_d elasticiteitsmodulus.

Bij het afleiden van formule (2) is uitgegaan van een ligger met een I-profiel met een dubbel-symmetrische vormvaste doorsnede. De ligger is belast met een constant buigend moment om de sterke as.

Door de conservatieve benaderingen die bij de afleiding zijn gedaan, is het gebruik van de toetsingsregels volgens NEN 6770 eenvoudiger (minder rekenwerk) dan volgens NEN 6771. Toetsingsformule (2) is geldig voor dubbel-symmetrische I-vormige profielen belast door een willekeurige belasting mits:

- de belasting niet hoger aangrijpt dan 0,1 maal de hoogte van het profiel

boven de bovenflens;

- de doorsnede vormvast is;
- de staaf aan beide zijden is begrensd door een gaffel;
- de lengte van de staaf zodanig groot is dat de liggertheorie van toepassing is ($\ell_g/h \geq 5$).

Een onderflensinklemming die voldoet aan artikel 12.2.4.1 van NEN 6770 mag als gelijkwaardig worden beschouwd aan een gaffel. In dit artikel van NEN 6770 wordt de stabiliteit van de ligger ter plaatse van de oplegging getoetst. Is de ligger stabiel dan mag de onderflensinklemming worden beschouwd als een gaffel. In afbeelding 7 en 8 is de relatie tussen $\ell_{kip}h/bt_f$ en ω_{kip} uitgewerkt tot ontwerpgrafieken.

Kipstabiliteit volgens NEN 6771

NEN 6771 geeft nauwkeurigere formules voor het bepalen van de relatieve kipslankheid λ_{rel} van een beperkt aantal specifieke, veel voorkomende randvoorwaarden en belastinggevallen. Hierdoor zijn het economische formules, die echter wel een iets strikter toepassingsgebied hebben. Tevens kan men in deze formules de theorie beter herkennen dan in de formules van NEN 6770. Verder zijn de formules aangepast voor niet-vormvaste doorsneden.

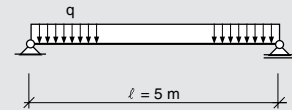
In NEN 6771 wordt de relatieve slankheid ten aanzien van kipstabiliteit λ_{rel} bepaald aan de hand van formule (3):

$$\lambda_{rel} = \sqrt{\frac{M_{y;u;d}}{M_{ke}}} \quad (3)$$

De relatieve slankheid λ_{rel} is gelijk aan de wortel uit de momentcapaciteit om de sterke as $M_{y;u;d}$ gedeeld door de waarde van het grootste moment in de ligger

Rekenvoorbeeld 2

- *Gegeven.* Een profiel IPE 200 in de staalsoort S235 met een overspanning van 5 m, belast door een gelijkmatig verdeelde belasting op de bovenflens. De ligger heeft gaffelopleggingen en geen kipsteunen.
- *Gevraagd.* Bepaal de draagkracht volgens NEN 6771.



- *Oplossing.* Het gegeven profiel is een vormvast walsprofiel van doorsnedeklasse 1. De kiplengte en de lengte van de ligger tussen de gaffelopleggingen is gelijk aan de overspanning: $\ell_g = \ell_{kip} = \ell = 5$ m. Voor S geldt formule (7):

$$S = \sqrt{\frac{E_d I_{wa}}{G_d t}} = \sqrt{\frac{210 \cdot 10^3 \cdot 12988 \cdot 10^6}{81000 \cdot 69158}} = 698 \text{ mm}$$

Uit tabel 9 van NEN 6771 – let er op dat de waarde van C_2 afhangt van de plaats van aangrijpen van de belasting ten opzichte van de neutrale lijn, zie art. 12.2.5.3a – volgt voor dit belastinggeval:

$$C_1 = 1,13$$

$$C_2 = -0,45 \frac{0,5h}{0,5h - 0,5t_f} = -0,45 \frac{100}{100 - 4,25} = -0,47$$

Invullen van deze waarden in formule (6) geeft:

$$\begin{aligned} C &= \frac{\pi C_1 \ell_g}{\ell_{kip}} \left(\sqrt{1 + \frac{\pi^2 S^2}{\ell_{kip}^2} (C_2^2 + 1)} + \frac{\pi C_2 S}{\ell_{kip}} \right) \\ &= \frac{\pi \cdot 1,13 \cdot 5000}{5000} \left(\sqrt{1 + \frac{\pi^2 \cdot 698^2}{5000^2} (0,47^2 + 1)} + \frac{\pi \cdot -0,47 \cdot 698}{5000} \right) \\ &= 3,213 \end{aligned}$$

Het theoretisch elastische kiplmoment volgt uit formule (8):

$$\begin{aligned} M_{ke} &= k_{red} \frac{C}{\ell_g} \sqrt{E_d I_z G_d t} \\ &= 1 \frac{3,213}{5000} \sqrt{210 \cdot 10^3 \cdot 142,4 \cdot 10^3 \cdot 81000 \cdot 69158} \\ &= 26,3 \text{ kNm} \end{aligned}$$

De relatieve slankheid volgt uit formule (3):

$$\lambda_{rel} = \sqrt{\frac{M_{y;u;d}}{M_{ke}}} = \sqrt{\frac{235 \cdot 220639}{26,3 \cdot 10^6}} = 1,4$$

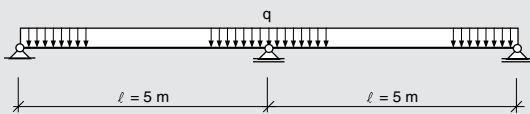
De bijbehorende kipfactor bedraagt $\omega_{kip} = 0,42$. De maximale draagkracht volgens NEN 6771 wordt bereikt bij een belasting:

$$q_{max;NEN6771} = \frac{8 \omega_{kip} M_{y;u;d}}{\ell^2} = \frac{8 \cdot 0,42 \cdot 235 \cdot 220639}{5000^2} = 6,9 \text{ kN/m}$$

Vergelijken we dit antwoord met het antwoord uit rekenvoorbeeld 1 dan blijkt dat de draagkracht bij toetsing volgens NEN 6771 in dit geval bijna 14% groter is dan bij toetsing volgens NEN 6770. NEN 6771 vereist echter aanzienlijk meer rekenwerk.

Rekenvoorbeeld 3

- *Gegeven.* Een profiel IPE 200 in de staalsoort S235 met een overspanning van 2x5 m, belast door een gelijkmatig verdeelde belasting op de bovenflens. De ligger heeft gaffelopleggingen en geen kipsteunen.
- *Gevraagd.* Bepaal de draagkracht volgens NEN 6771.



- *Oplossing.* Het gegeven profiel is een vormvast walsprofiel van doorsnedeklasse 1. De kiplengte en de lengte van de ligger tussen de gaffelopleggingen is gelijk aan de overspanning: $\ell_g = \ell_{kip} = 5$ m. Er geldt $S = 698$ mm (zie rekenvoorbeeld 2).

Voor deze ligger geldt $M = -q\ell^2/8$ (inklemmingsmoment boven het steunpunt) en $\beta = 0$. Gevonden wordt $B^* = -0,5$. Uit tabel 10 van NEN 6771 volgt, na aflezing van C_1 en C_2 , voor dit belastinggeval:

$$C_1 = 2,24$$

$$C_2 = -0,90 \frac{0,5h}{0,5h - 0,5t_f} = -0,90 \frac{100}{100 - 4,25} = -0,94$$

Invullen van deze waarden in formule (6) voor C levert op:

$$C = \frac{\pi C_1 \ell_g}{\ell_{kip}} \left(\sqrt{1 + \frac{\pi^2 S^2}{\ell_{kip}^2} (C_2 + 1)} + \frac{\pi C_2 S}{\ell_{kip}} \right)$$

$$= \frac{\pi \cdot 2,24 \cdot 5000}{5000} \left(\sqrt{1 + \frac{\pi^2 \cdot 698^2}{5000^2} (0,94^2 + 1)} + \frac{\pi \cdot -0,94 \cdot 698}{5000} \right)$$

$$= 5,313$$

Het theoretisch elastische kipmoment M_{ke} wordt hierdoor gelijk aan:

$$M_{ke} = k_{red} \frac{C}{\ell_g} \sqrt{E_d I_z G_d t}$$

$$= 1 \frac{5,313}{5000} \sqrt{210 \cdot 10^3 \cdot 142,4 \cdot 10^3 \cdot 81000 \cdot 69158}$$

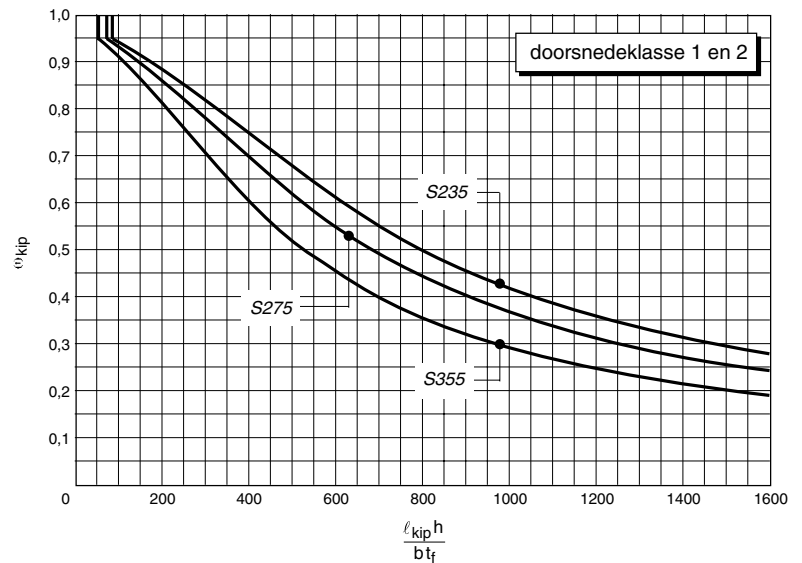
$$= 43,5 \text{ kNm}$$

Voor de relatieve slankheid geldt:

$$\lambda_{rel} = \sqrt{\frac{M_{y;u;d}}{M_{ke}}} = \sqrt{\frac{235 \cdot 220639}{43,5 \cdot 10^6}} = 1,09$$

De bijbehorende kipfactor bedraagt $\omega_{kip} = 0,61$. De maximale draagkracht volgens NEN 6771 wordt bereikt bij een belasting:

$$q_{max;NEN6771} = \frac{8\omega_{kip} M_{y;u;d}}{\ell^2} = \frac{8 \cdot 0,61 \cdot 235 \cdot 220639}{5000^2} = 10,1 \text{ kN/m}$$



waarbij de ligger instabiel wordt. Dit moment heet het theoretisch elastisch kipmoment (Eulers) M_{ke} . Deze formule is analoog aan de formule voor de relatieve slankheid bij kolommen, waarbij $N_{C;u;d}$ respectievelijk N_E wordt gebruikt in plaats van $M_{y;u;d}$ en M_{ke} . Voor het theoretisch elastische kipmoment M_{ke} zijn in NEN 6771 voor een groot aantal belastinggevallen nauwkeurige formules gegeven die zijn gerefereerd aan basisformule (4):

$$M_{ke} = \frac{C}{\ell_g} \sqrt{E_d I_z G_d t} \quad (4)$$

Hierin is:

C coëfficiënt;

E_d elasticiteitsmodulus;

ℓ_g lengte van de ligger tussen de gaffels;

I_z traagheidsmoment ten opzichte van de z-as;

G_d afschuivingsmodulus;

I_t torsietraagheidsmoment.

Voor niet-vormvaste doorsneden is aan formule (4) een factor k_{red} toegevoegd, zodat de uiteindelijke formule luidt:

$$M_{ke} = k_{red} \frac{C}{\ell_g} \sqrt{E_d I_z G_d t} \quad (5)$$

In de coëfficiënt C zijn de aard (verdeling) van de belasting, de plaats van aangrijpen van de belasting, de gaffelopleggingen en de plaatsing van eventuele kipsteunen verwerkt. Voor C geldt:

$$C = \frac{\pi C_1 \ell_g}{\ell_{kip}} \left(\sqrt{1 + \frac{\pi^2 S^2}{\ell_{kip}^2} (C_2 + 1)} + \frac{\pi C_2 S}{\ell_{kip}} \right) \quad (6)$$

en tevens:

$$S = \sqrt{\frac{E_d I_{wa}}{G_d t}} \quad (7)$$

Hierin is:

C_1, C_2 coëfficiënt;

ℓ_{kip} vervangende ongesteunde kiplengte;

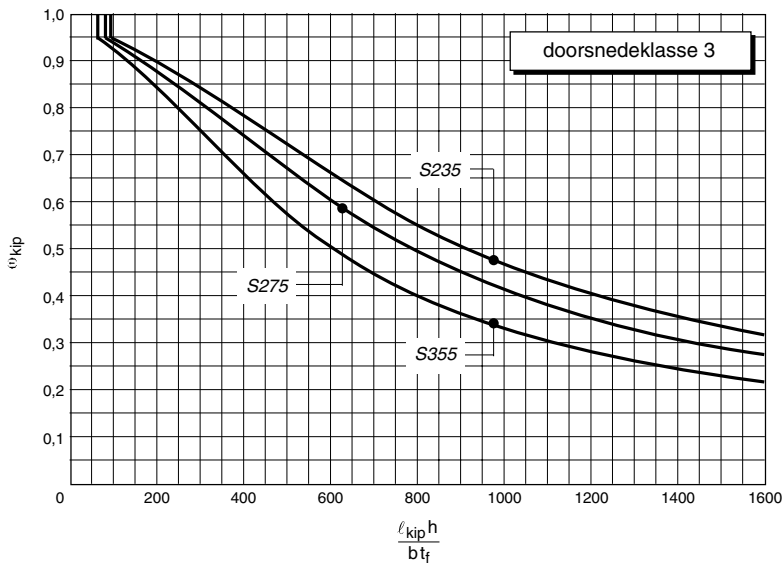
I_{wa} welvingstraagheidsmoment.

De meeste grootheden in deze formule zijn materiaal- of doorsnedegrootheden. Uitzonderingen hierop zijn de coëfficiënten C_1 en C_2 en de lengten ℓ_{kip} en ℓ_g . De coëfficiënten C_1 en C_2 hangen af van de aard en plaats van aangrijpen van de belasting. De waarden hiervan zijn in NEN 6771 in tabelvorm gegeven (tabel 9-14). De lengte ℓ_g is bij liggers die aan beide zijden zijn opgelegd op gaffels gelijk aan de lengte van de ligger tussen de gaffels. Voor uitkragende liggers hangt ℓ_g af van het belastinggeval. De lengte ℓ_{kip} is de zogeheten vervangende ongesteunde kiplengte. Hierin is de mate van invloed van zijdelingse steunen (kipsteunen) ten opzichte van gaffels op de kipstabiliteit verwerkt.

In NEN 6771 mag voor I-profielen in plaats van formule (7) als benadering voor de coëfficiënt S worden uitgegaan van:

$$S = \frac{h}{2} \sqrt{\frac{E_d I_z}{G_d t}} \quad (8)$$

Deze vereenvoudiging is al in de TGB 1972 ingevoerd. Toch wordt aangeraden voor S formule (8) te gebruiken, omdat deze formule kan leiden tot ongeveer 5% gunstigere waarden.



7. Ontwerpgrafieken voor ℓ_{kip} volgens NEN 6770 voor walsprofielen.

Vormvaste doorsneden

De toetsingsregels van NEN 6770 zijn uitsluitend van toepassing voor vormvaste doorsneden. De regels volgens NEN 6771 zijn ook van toepassing voor niet-vormvaste doorsneden. De invloed van de niet-vormvastheid is daarbij verwerkt in de reductiefactor k_{red} .

Wanneer zijn doorsneden vormvast?

Volgens art. 12.2.1 van NEN 6770 zijn alle profielen IPE, HEA, HEB en HEM volgens NEN-EU 19 en NEN-EU 53 per definitie vormvast verklaard. Bij deze profielen is geen wezenlijke achteruitgang van de capaciteit geconstateerd door het mogelijk niet-vormvast zijn. Men heeft deze profielen daarom eenvoudigheidshalve vormvast verklaard. Verder zijn alle dubbelsymmetrische I-vormige doorsneden vormvast waarvoor geldt:

$$\frac{h}{t_w} \leq 75 \quad (9)$$

of

$$\frac{ht_f 10^{12}}{t_w^3 b \ell_g^2} = \alpha \leq 575 \quad (10)$$

Hierin is:

- h hoogte van het profiel;
- t_w dikte van het lijf;
- t_f dikte van de flens;
- b breedte van het profiel;
- ℓ_g lengte van de staaf tussen de gaffels.

Voor niet-vormvaste doorsneden geeft art. 12.2.5.2 van NEN 6771 regels waarmee de reductiefactor k_{red} kan worden berekend.

Voor niet-vormvaste doorsneden met $\alpha > 5000$ (of indien $\ell_g/h < 5$) is de invloed van de niet-vormvastheid zodanig groot

dat deze niet meer kan worden verwerkt in de reductiefactor k_{red} danwel is de liggertheorie niet meer van toepassing. In deze gevallen moet de gedrukte rand van de ligger worden getoetst op druk én buiging. Hierbij wordt onder de gedrukte rand verstaan: de flens, samen met 1/6 deel van het lijf. Dit deel van het lijf moet worden meegenomen, omdat de flens de stabiliteit verzorgt van dit deel van het lijf. Verwaarlozing van dit deel is daarom niet toegestaan.

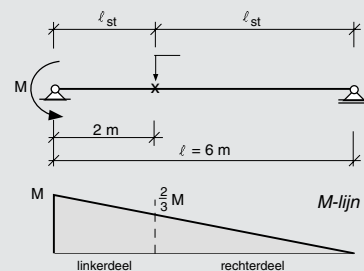
De drukkracht in de gedrukte rand wordt veroorzaakt door buiging van de ligger. De buiging uit het vlak van de ligger wordt veroorzaakt door tweede-orde wringing door de belasting. In het algemeen is het voor het bepalen van de buiging voldoende de gedrukte en de getrokken rand een zo ongunstig mogelijke imperfectie te geven volgens art. 10.2.5 van NEN 6771. Met deze imperfectie wordt dan een dwarsbelasting op de gedrukte rand gevonden afhankelijk van de hoogte van het aangrijpen van de belasting.

Vervangende ongesteunde kiplengte ℓ_{kip}

Na de wijziging van NEN 6770 en NEN 6771 is in deze normen de vervangende ongesteunde kiplengte ℓ_{kip} ingevoerd en moet de toetsing worden uitgevoerd voor elk liggerdeel tussen gaffels en kipsteunen. Met deze vervangende ongesteunde kiplengte wordt de invloed van kipsteunen op de kipstabiliteit verwerkt. Indien een ligger tussen de gaffelopleggingen wordt gesteund door een gaffel, moet de kipstabiliteit voor de verschillende liggerdelen afzonderlijk worden getoetst met als vervangende ongesteun-

Rekenvoorbeeld 4

- *Gegeven.* Een profiel IPE 200 in de staalsoort S235 met een overspanning van 6 m, belast door een moment bij de linker gaffeloplegging. De ligger heeft gaffelopleggingen en één kipsteun op één derde van de lengte.
- *Gevraagd.* Bepaal de draagkracht volgens NEN 6770.



- *Oplossing.* Het gegeven profiel is een vormvast walsprofiel van doorsnedeklasse 1.

Voor het *linkerdeel* geldt: $\ell_{st} = \ell/3 = 2000$ mm, $\beta = 0,66$ en $\ell_{kip} = (1,4 - 0,8\beta)\ell_{st} = 1744$ mm, dus minimaal aanhouden $\ell_{kip} = 2000$ mm. Verder geldt: $\ell_{kip} h/bt_f = 2000 \cdot 200/100 \cdot 8,5 = 471$, zodat $\omega_{kip} = 0,695$. De maximale draagkracht volgt dan uit:

$$M_{y,max;s;d} \leq M_{y,max;linkerdeel} = \omega_{kip} M_{y;u;d} = 0,695 \cdot 235 \cdot 220639 = 36,0 \text{ kNm}$$

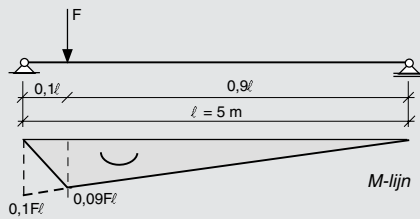
Voor het *rechterdeel* geldt: $\ell_{st} = 2\ell/3 = 4000$ mm, $\beta = 0$ en $\ell_{kip} = (1,4 - 0,8\beta)\ell_{st} = 1,4 \cdot 4000 = 5600$ mm. Verder geldt: $\ell_{kip} h/bt_f = 5600 \cdot 200/100 \cdot 8,5 = 1318$, zodat $\ell_{kip} = 0,332$. De maximale draagkracht volgt dan uit:

$$M_{y,max;s;d} \leq 1,5 M_{y,max;rechterdeel} = 1,5 \omega_{kip} M_{y;u;d} = 1,5 \cdot 0,332 \cdot 235 \cdot 220639 = 25,8 \text{ kNm}$$

Het inklemmingsmoment bij de linkergaffeloplegging mag dus maximaal 25,8 kNm bedragen. Bij deze belasting wordt volgens NEN 6770 de maximale capaciteit van het rechterdeel van de ligger bereikt.

Rekenvoorbeeld 5

- **Gegeven.** Een profiel IPE 200 in de staalsoort S235 met een overspanning van 5 m, belast door een puntlast op de bovenflens. De ligger heeft gaffelopleggingen en geen kipsteunen.
- **Gevraagd.** Toets de ligger door gebruik te maken van een vervangende belasting én volgens de leer van de toegepaste mechanica.



• **Oplossing vervangende belasting.** Volgens de aanwijzing na tabel 13 van NEN 6771 mag de puntlast worden vervangen door een vervangende belasting waarvan de momentenlijn de omhullende is van de oorspronkelijke momentenlijn. Voor dit geval ligt het voor de hand te kiezen voor een vervangend inklemmingsmoment bij de linkeroplegging. Voor dit basisbelastinggeval geldt $\beta = 0$ en daardoor $C_1 = 1,75$. Het aangrijpen van de belasting is volgens dit belastinggeval (inklemmingsmoment) niet goed in rekening te brengen. Voor C_2 kan worden uitgegaan van basisbelastinggeval 4 uit tabel 9 van NEN 6771. Bij het verschuiven van de puntlasten volgens belastinggeval 4 verder naar de gaffels is aanmerkelijk dat de invloed van C_2 zal afnemen. Een aanname $C_2 = -0,42h/(h - t_f) = -0,44$ voor de belasting op de bovenflens lijkt hierdoor een goede conservatieve aanname. Met deze waarden van C_1 en C_2 is het theoretisch elastisch kipmoment M_{ke} te bepalen.

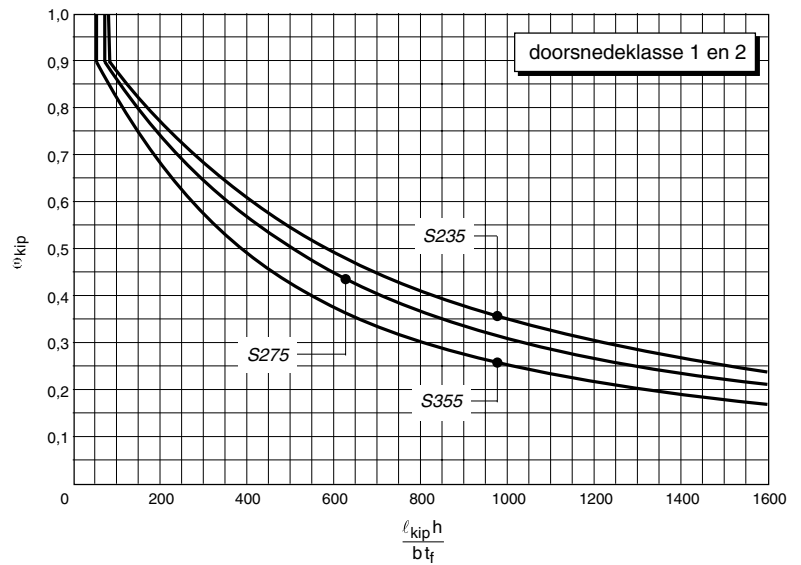
Het te toetsen moment in de doorsnede betreft in dit geval niet het maximale moment in de doorsnede onder de puntlast, maar het maximale moment van de vervangende momentenlijn. Voor dit geval geldt dus:

$$M_{y,max;s;d} = (10/9)M_{\text{onder puntlast}} = (10/9) \cdot 0,1 \ell \cdot (9/10)F = 0,1F\ell$$

• **Oplossing toegepaste mechanica.** Hiervoor is het nodig dat de constructeur beschikt over een programma dat de differentiaalvergelijkingen kan oplossen. Het programma geeft dan aan: $C_1 = 1,63$ en $C_2 = -0,18$. Deze waarden voldoen aan de hiervoor gegeven begrenzingsvoorwaarden voor C_1 en C_2 , waardoor de gevonden waarden onveranderd mogen worden toegepast. De toetsing wordt in dit geval uitgevoerd ten opzichte van het maximale moment in de ligger onder de puntlast. Voor dit geval geldt dus:

$$M_{y,max;s;d} = M_{\text{onder puntlast}} = 0,09F\ell$$

De oplossing met de computer geeft derhalve een iets grotere draagkracht dan de methode met de vervangende momentenlijn.



de kiplengte de afstand tussen de gaffels:

$$\ell_{kip} = \ell_{st} \quad (11)$$

In het geval dat in plaats van een gaffel een kipsteun wordt toegepast zal de steunende werking van een kipsteun meestal kleiner zijn dan bij toepassing van een gaffel. De mate waarin de steunende werking door een kipsteun afwijkt van die van een gaffel hangt in sterke mate af van de momentenverdeling over het staafdeel. In de norm wordt dit in rekening gebracht met formule (12):

$$\ell_{kip} = (1,4 - 0,8\beta)\ell_{st} \quad (12)$$

$$1,0 \leq \frac{\ell_{kip}}{\ell_{st}} \leq 1,4$$

Andere belastinggevallen

In NEN 6771 zijn slechts een beperkt aantal belastinggevallen uitgewerkt. Het is praktisch onmogelijk om alle belastinggevallen uit te werken. Voor belastinggevallen die niet in de norm zijn uitgewerkt bestaan er twee mogelijkheden om toch de kipstabiliteit te toetsen.

- Voor willekeurige belastinggevallen wordt na tabel 13 van NEN 6771 een aanwijzing gegeven. Volgens deze aanwijzing is elk willekeurig belastinggeval te vervangen door basisbelastinggevallen of combinaties hiervan, zodanig dat de momentenlijn van de vervangende belasting de omhullende is van de momentenlijn van de oorspronkelijke belasting. De kipstabiliteit moet nu worden beoordeeld aan de hand van de ligger belast met de vervangende belasting.

Bij deze werkwijze moet echter de plaats van aangrijpen van de belasting goed in de gaten worden gehouden. Gebeurt dat niet dan kan dit aanleiding geven tot onveilige situaties. Zo mag bijvoorbeeld een q-belasting niet zonder meer worden vervangen door een M-belasting op de liggereinden.

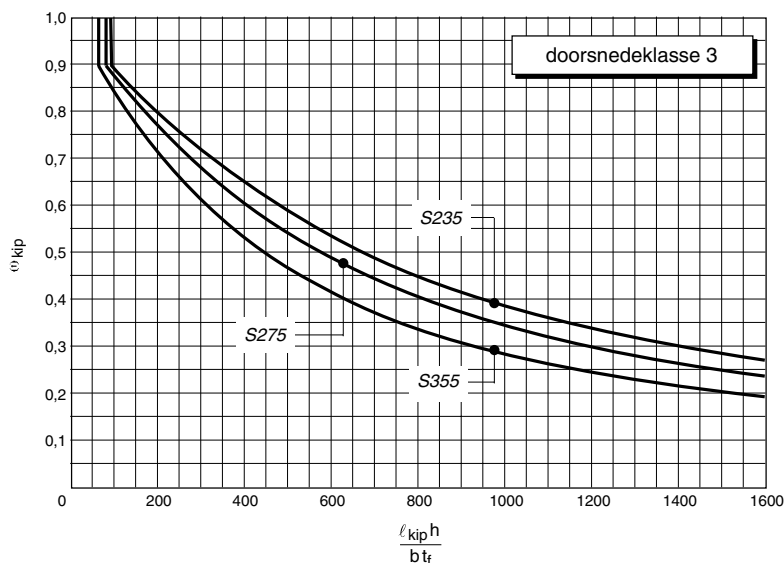
- Een andere mogelijkheid is gebruik te maken van de leer van de toegepaste mechanica (oplossen van de differentiaalvergelijking of toepassen van de eindige-elementenmethode). Voor een specifiek geval kunnen zo de coëfficiënten C_1 en C_2 worden afgeleid. Bij gebruik van de leer van de toegepaste mechanica mag echter $|C_1|$ niet groter worden genomen dan 2,3 en moet gelden $|C_2| \leq 1,1 + 0,5\beta$.

Opleggingen en zijdelingse steunen

Bij de toetsing van de kipstabiliteit volgens NEN 6770 en NEN 6771 zijn een aantal definities van belang. Zo wordt onderscheid gemaakt tussen:

- gaffelopleggingen;
- gaffels;
- zijdelingse steunen.

Art. 3.4 van NEN 6770 (en de toelichting) geeft een duidelijke aanwijzing voor het onderscheid tussen deze opleggingen en steunen. Doordat algemeen wordt verondersteld dat een constructeur bekend is met de termen 'oplegging' en 'steun' zijn deze niet bij de termen en definities in de norm opgenomen. Voor de staaf met het assenstelsel volgens afbeelding 9 geldt voor de verschillende opleggingen en steunen:



8. Ontwerfgrafieken voor ϕ_{kip} volgens NEN 6770 voor gelaste I-profielen.

• **Gaffeloplegging.** Randvoorwaarden voor een doorsnede van de ligger op grond waarvan de volgende bewegingen zijn verhinderd:

- translatie in z-richting;
- translatie in y-richting;
- rotatie om de x-as.

• **Gaffel.** Randvoorwaarden voor een doorsnede van de ligger op grond waarvan de volgende bewegingen zijn verhinderd:

- translatie in y-richting;
- rotatie om de x-as.

• **Zijdelingse steun.** Randvoorwaarden voor een doorsnede van de ligger op grond waarvan de volgende bewegingen zijn verhinderd:

- translatie in y-richting op de plaats waar de steun aangrijpt.

Al deze opleggingen en steunen komen in verschillende uitvoeringsvormen voor. Zo wordt de gaffeloplegging vaak toegepast als oplegging met een schot (volgens Figuur 3 uit NEN 6770, *afb. 10*), maar ook een oplegging die voldoet aan de eisen van een onderflensinklemming volgens art. 12.2.4.1 van NEN 6770 mag worden beschouwd als een gaffeloplegging. Zijdelingse steunen worden vaak uitgevoerd als horizontale pendelstaven tussen liggers. De pendelstaven worden dan bij de gevels door een schoorverband afgesteund.

Gaffels worden in de praktijk minder vaak toegepast. In feite moet men bij een dergelijke steun zowel de zijdelingse verplaatsing als de rotatie om de x-as tegenhouden, wat in de praktijk niet altijd eenvoudig (lees: goedkoop) is, terwijl de winst (in draagkracht) ten opzichte

van een zijdelingse steun vaak gering is.

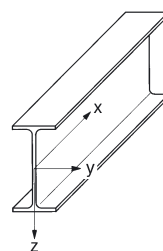
Bij de toetsing van liggers die aan de beide einden zijn opgelegd, moeten de beide eindopleggingen altijd zijn uitgevoerd als gaffeloplegging (of voldoen aan de eisen van de onderflensinklemming). Tussen de opleggingen kunnen eventueel zijdelingse steunen en/of gaffels worden aangebracht. Voor andere randvoorwaarden dan gaffelopleggingen aan de beide einden geven NEN 6770 en NEN 6771 geen volledig uitgewerkte toetsingsprocedures en is de constructeur aangewezen op de leer van de toegepaste mechanica.

Bij het toepassen van zijdelingse steunen moeten deze zijn aangebracht op een afstand die niet groter is dan $0,33h$ van die flens die in de betreffende doorsnede de grootste zijdelingse verplaatsing ondergaat indien de steunen zouden ontbreken. Dit hoeft dus niet in alle gevallen de gedrukte rand te zijn. Een aanwijzing hiervoor staat in de toelichting bij art. 12.2.4.2 van NEN 6770.

Literatuur

1. NEN 6770 (Staalconstructies. Basiseisen en basisrekenregels voor overwegend statisch belaste constructies), mei 1997 (2e druk).
2. NEN 6771 (Staalconstructies. Stabiliteit), december 1991.
3. ENV 1993-1-1 (Eurocode 3. Design of steel structures. Part 1.1. General. General rules and rules for buildings).
4. W.F. Chen en E.M. Lui, *Structural stability. Theory and implementation*, New Jersey 1987.
5. N.S. Trahair, *Flexural-torsional buckling of structures*, London 1993.
6. G. de Man, *Construeren A ((Over)spannend staal. Deel 2)*, Rotterdam 1995.
7. A. Rolloos en B.C.A. Spil, *Construeren B ((Over)spannend staal. Deel 3)*, Rotterdam 1996.

9. Staal met assenstelsel.



10. Gaffeloplegging (Figuur 3 uit NEN 6770).

